Exercícios

2.49. Escreva as equações da reta que

a) contém o ponto (-1, 1) e tem a direção do vetor (2, 3);

b) contém os pontos $A(3, 2)$ e $B(-3, 1)$.

2.50. Dados os vetores $u = (1, 5)$ e $v = (4, 1)$, escreva as equações paramétricas e cartesianas das retas que contêm as diagonais do paralelogramo definido por u e v.

2.51. a) Mostre que

$$x = 3 + 2t$$
$$y = 7 - 5t$$

são equações paramétricas da reta definida pelos pontos $A(3, 7)$ e $B(5, 2)$.

b) Que valores devem ser atribuídos a t para se obter os pontos A e B?

c) Que valores de t dão os pontos entre A e B?

d) Localize na reta os pontos para os quais $t > 1$ e $t < 0$.

2.52. Escreva as equações paramétricas da reta que contém o ponto (1, 2) e faz com a reta $y = -2x + 4$ um ângulo de 60°.

2.53. Determine a projeção ortogonal do ponto $P(2, 4)$ sobre a reta

$$x = 1 + 2t$$
$$y = -1 + 3t.$$

2.54. Dado o ponto $A(2, 3)$, ache o vetor $\vec{AP}$, onde P é o pé da perpendicular baixada de A à reta $y = 5x + 3$.

2.55. Determine a interseção da reta $y = 2x - 1$ com a reta definida pelos pontos (2, 1) e (0, 0).

2.56. Dados o ponto $P(2, -1)$ e a reta r de equação $y = 3x - 5$, escreva uma equação da reta que contém o ponto P e

a) seja paralela à reta r;

b) seja perpendicular à reta r.

2.57. Determine o ângulo menor entre as retas

a) $2x + 3y = 1$ e $y = -5x + 8$;

b) $x + y + 1 = 0$ e $x = 1 - 2t,\ y = 2 + 5t$.

2.58. Mostre que a distância do ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $Ax + By + C = 0$ é dada por

$$\frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

2.59. Mostre que, se a distância entre $P(a, b)$ e a origem é c, então a reta definida por P e $A(-c, 0)$ é perpendicular à reta definida por P e $B(c, 0)$.

2.60. Determine o comprimento do segmento OP da Figura 2.29, sabendo que $OADB$ é um retângulo.

2.61. Determine a distância entre as retas $2x - y = 6$ e $2x - y = -1$.

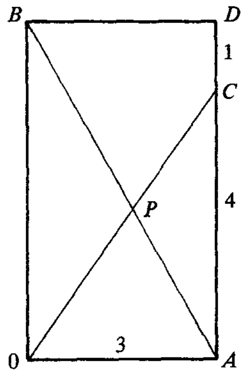

Fig. 2.29

2.62. Escreva uma equação da circunferência que contém os pontos de interseção das retas $y = x + 1$, $y = 2x + 2$ e $y = -2x + 3$.

2.63. Escreva as equações paramétricas das seguintes circunferências:
a) $x^2 + y^2 - 11 = 0$;
b) $x^2 + y^2 - x + 3y - 2 = 0$;
c) $x^2 + y^2 - 6y = 0$;
d) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

2.64. Deduza uma equação da circunferência de centro na origem e tangente à reta $3x - 4y + 20 = 0$.

2.65. Determine uma equação da circunferência tangente às retas $y = x$ e $y = -x$ nos pontos $(3, 3)$ e $(-3, 3)$.

2.66. Sejam C a circunferência de centro $(1, 2)$ e raio 3 e r a reta definida pelos pontos $A(6, 6)$ e $B(2, 10)$. Determine:
a) em C um ponto eqüidistante de A e B;
b) em r o ponto mais próximo de C.

2.67. a) Determine a interseção das circunferências

$$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0.$$

b) Escreva uma equação cartesiana da reta que contém a corda comum às circunferências do item (a).

2.68. a) Uma partícula percorre a reta definida pelos pontos $A(1, 2)$ e $B(3, -1)$ com velocidade constante. Sabendo que no instante $t = 0$ a partícula se encontra em A e que em $t = 2$ se encontra em B, determine sua posição no instante t.
b) Em que instante a partícula se encontra mais próxima do ponto $C(4, -2)$?

2.69. Num determinado instante t as posições de duas partículas P e Q são dadas, respectivamente, por

$$(1 + 2t,\ 1 + t) \quad \text{e} \quad (4 + t,\ -3 + 6t).$$

Elas se chocam?

2.70. Um móvel M_1 parte do ponto $A(0, 4)$ com velocidade $v = (1, -1)$ no mesmo instante em que um móvel M_2 parte de $O(0, 0)$, também com velocidade constante. Qual deve ser a velocidade de M_2 para que M_1 e M_2 se choquem uma unidade de tempo depois?